

1er décembre – 5 décembre

## Matrices – Systèmes linéaires

La colle commencera par un calcul d'inverse, la résolution de système linéaire et/ou une question de cours.

### Matrices et systèmes linéaires

- Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ . Matrices élémentaires.
- Opérations, produit matriciel, propriétés. Produit de matrices élémentaires.
- Transposée. Matrices symétriques, matrices antisymétriques.
- Puissances d'une matrice carrée.
- Formule du binôme, formule de Bernoulli dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .
- Matrices diagonales, triangulaires,  $\mathcal{D}_n(\mathbb{K})$ ,  $\mathcal{T}_n^+(\mathbb{K})$ ,  $\mathcal{T}_n^-(\mathbb{K})$ . Stabilité par combinaisons linéaires et par produit matriciel.
- Matrices inversibles. Opérations et matrices inversibles.
- Conditions suffisantes de non inversibilité.
- Inversibilité des matrices diagonales, triangulaires.
- Systèmes linéaires.
  - ◊ Systèmes linéaires. Systèmes équivalents. Opérations élémentaires.
  - ◊ Systèmes échelonnés.
  - ◊ Méthode du pivot de Gauss.
  - ◊ Structure de l'ensemble des solutions.
- $A$  est inversible  $\Leftrightarrow \text{Ker } A = \{0_{n,1}\}$  (sens réciproque admis pour le moment).
- Matrices d'opérations élémentaires. Le caractère inversible reste inchangé par opérations élémentaires.
- Calcul de l'inverse : par résolution d'un système linéaire, par la méthode de Gauss-Jordan, par utilisation d'un polynôme annulateur. Cas de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ .

### Quelques exemples de questions de cours

- Matrices inversibles et opérations.
- Produits de matrices élémentaires.
- Stabilité par produit matriciel de  $\mathcal{D}_n(\mathbb{K})$ , de  $\mathcal{T}_n^+(\mathbb{K})$ .

**À venir** : Limites – Continuité.