

1er décembre – 5 décembre

Matrices – Systèmes linéaires

La colle commencera par un calcul d'inverse, la résolution de système linéaire et/ou une question de cours.

Matrices et systèmes linéaires

- Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Matrices élémentaires.
- Opérations, produit matriciel, propriétés. Produit de matrices élémentaires.
- Transposée. Matrices symétriques, matrices antisymétriques.
- Puissances d'une matrice carrée.
- Formule du binôme, formule de Bernoulli dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
- Matrices diagonales, triangulaires, $\mathcal{D}_n(\mathbb{K})$, $\mathcal{T}_n^+(\mathbb{K})$, $\mathcal{T}_n^-(\mathbb{K})$. Stabilité par combinaisons linéaires et par produit matriciel.
- Matrices inversibles. Opérations et matrices inversibles.
- Conditions suffisantes de non inversibilité.
- Inversibilité des matrices diagonales, triangulaires.
- Systèmes linéaires.
 - ◊ Systèmes linéaires. Systèmes équivalents. Opérations élémentaires.
 - ◊ Systèmes échelonnés.
 - ◊ Méthode du pivot de Gauss.
 - ◊ Structure de l'ensemble des solutions.
- A est inversible $\Leftrightarrow \text{Ker } A = \{0_{n,1}\}$ (sens réciproque admis pour le moment).
- Matrices d'opérations élémentaires. Le caractère inversible reste inchangé par opérations élémentaires.
- Calcul de l'inverse : par résolution d'un système linéaire, par la méthode de Gauss-Jordan, par utilisation d'un polynôme annulateur. Cas de $\mathcal{M}_2(\mathbb{K})$.

Quelques exemples de questions de cours

- Matrices inversibles et opérations.
- Produits de matrices élémentaires.
- Stabilité par produit matriciel de $\mathcal{D}_n(\mathbb{K})$, de $\mathcal{T}_n^+(\mathbb{K})$.

À venir : Limites – Continuité.